

LOGISCHE COMPLEXITEIT HERKANSING

maandag 9 mei 2011

14:00 – 17:00

Deze toets bestaat uit Opgave 1, 2, 3, 4, 5 en 6. Lees de opgaven zorgvuldig door, en beargumenteer je antwoorden *kort en helder*. Gebruik waar mogelijk stellingen uit het boek, maar denk er aan dit duidelijk te vermelden. Voor dit tentamen heb je *drie uur* de tijd.

OPGAVE 1 — Automaat maken

Geef een NFA wiens taal precies gelijk is aan de volgende taal over het alfabet $\Sigma := \{a, b\}$.

$$\{w \in \Sigma^* \mid \text{zowel } a \text{ als } b \text{ komen een even aantal keer voor in } w\}$$

OPGAVE 2 — Contextvrije talen

Toon aan dat de onderstaande talen over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ context-vrij zijn.

- (a) $\{w \in \Sigma^* \mid \text{het aantal } a\text{'s in } w \text{ is groter dan het aantal } b\text{'s}\}$.
- (b) $\{a^i b^j \mid i, j \geq 0 \text{ en } i \neq j\}$;

OPGAVE 3 — Niet Regulier

In deze opgave is het alfabet gegeven door $\Sigma := \{a, b, c\}$. Laat zien dat de volgende taal niet regulier is.

$$\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ en } i = k\}$$

OPGAVE 4 — Verschil

Beschouw de taal

VERSCHIL := $\{\langle M, N \rangle \mid M \text{ en } N \text{ zijn TM's, en er is geen woord dat zowel door } M \text{ als } N \text{ geaccepteerd wordt}\}$.

- (a) Laat zien dat de taal VERSCHIL co-Turing-herkenbaar is.
- (b) Bewijs dat de taal VERSCHIL onbeslisbaar is.

Het tentamen gaat verder op de andere zijde.

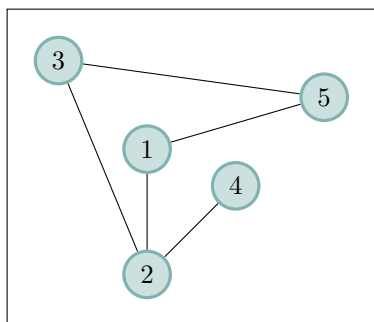
OPGAVE 5 — Kleine woorden

Bewijs dat de onderstaande taal niet beslisbaar is.

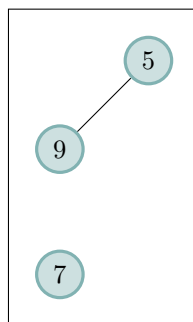
$$\{ \langle M \rangle \mid M \text{ is een TM zodanig dat } M \text{ alleen woorden van lengte kleiner dan zeventien herkent} \}$$

OPGAVE 6 — Deelgrafen

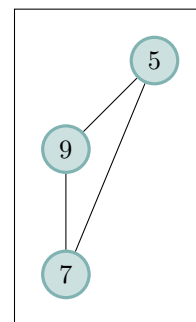
We noemen twee grafen $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$ en $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$ *isomorf* wanneer er een bijectie $f : V_1 \rightarrow V_2$ bestaat zodanig dat twee knopen x en y verbonden zijn in G_1 precies wanneer $f(x)$ en $f(y)$ dat zijn in G_2 .



G



H_1



H_2

- (a) Laat zien dat H_1 hierboven isomorf is aan een deelgraaf van G , en dat H_2 isomorf is aan geen enkele deelgraaf van G .
- (b) Beschouw de taal

$$\text{DEELGRAAF} := \{ \langle G, H \rangle \mid G \text{ en } H \text{ zijn grafen, en } H \text{ is isomorf aan een deelgraaf van } G \}$$

Laat zien dat DEELGRAAF in NP zit.

- (c) Laat zien dat DEELGRAAF NP-volledig is.