Logische Complexiteit
Deeltoets

donderdag 1 maart 2012
11:00 – 13:00

Dit tentamen bestaat uit Opgave 1, 2, 3 en 4. Beargumenteer je antwoorden *kort en helder*. Zorg ervoor dat je argument zowel formeel klopt (alle stappen zijn daadwerkelijk gerechtvaardigd) en intuïtief duidelijk is. Niet ieder detail hoeft uitgewerkt te worden. Voor dit tentamen heb je twee uur de tijd. Het is *niet* toegestaan om eerder dan 12:00 de zaal te verlaten.

Opgave 1 — Reguliere taal herkennen

In deze opgave nemen we als alfabet $\Sigma := \{a, b\}$. Geef een NFA die de hieronder gedefinieerde taal $\mathcal{L}$ herkent. Maak aannemelijk dat je automaat klopt, een volledig bewijs hoeft niet. Let wel, de "óf" in de definitie is *inclusief*.

$$\mathcal{L} = \{\ w \in \Sigma^* \mid w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s en begint óf eindigt met een } b\ \}$$

Opgave 2 — Context-vrije talen herkennen

Geef CFG's voor de volgende twee talen over het alfabet $\Sigma := \{d, e, l, o, s, t\}$. Bij beide talen dien je te beargumenteren waarom de door jou gegeven grammatica klopt. Bij één van de twee moet je ook bewijzen dat de grammatica klopt, je mag zelf kiezen welke taal dat wordt.

(i) $\{\ (deel)^n(toets)^n \mid n \in \mathbb{N}\ \}$

(ii) $\{\ e^n o^m \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ en } n \geq m\ \}$.

Opgave 3 — Niet Regulier

Bewijs dat beide talen van Opgave 2 niet regulier zijn. Hint: gebruik hiervoor de Myhill–Nerode stelling of het pomplemma.

Opgave 4 — Invullen

Bewijs het onderstaande lemma. Dit bewijs kan vrij kort, het past zeker in een pagina. Langere bewijzen worden niet geaccepteerd.

Lemma 1. *Neem twee eindige verzamelingen Σ_1 en Σ_2 en per $x \in \Sigma_1$ een context-vrije taal $\mathcal{L}_x$ over Σ_2. Stel nu dat $\mathcal{L}$ context-vrij is over Σ_1. Dan is de onderstaande taal context-vrij over Σ_2.*

$$\{\ v_1 \dots v_n \mid n \in \mathbb{N} \textit{ en er is een woord } w_1 \dots w_n \in \mathcal{L} \textit{ zodat } v_1 \in \mathcal{L}_{w_1}, \dots, v_n \in \mathcal{L}_{w_n}\ \}$$