

LOGISCHE COMPLEXITEIT

TUSSENTOETS

Dinsdag 8 maart

Deze tussentoets bestaat uit Opgave 1, 2, 3, 4 en 5. Beargumenteer je antwoorden, maar houd de uitleg *kort en helder*.

OPGAVE I — Construeer een automaat

Construeer een NFA met niet meer dan drie staten die de volgende taal herkent:

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{als het aantal } a\text{'s in } w \text{ even is, eindigt } w \text{ op een } b\}.$$

OPGAVE II — Beschrijf een Context-Vrije Taal

Omschrijf de taal van de volgende grammatica:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow 1S0 \mid A \\ A &\longrightarrow 0A1 \mid 10 \end{aligned}$$

OPGAVE III — Pomplemma

Laat $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Het pomplemma voor reguliere talen stelt: “als A een reguliere taal is, dan ...”

- (i) Maak de bovenstaande zin af.
- (ii) Laat zien dat de taal $B := \{ab^n c^n \mid n \geq 0\}$ niet regulier is.
- (iii) Laat zien dat de taal C , gegeven als

$$C := \{a^i b^j c^k \mid \text{als } i = 1 \text{ dan } j = k\},$$

niet regulier is. Hint: gebruik je antwoord op onderdeel (ii).

- (iv) Laat zien dat er een getal p bestaat zodat elk woord in C van lengte minimaal p de eigenschappen heeft die je genoemd hebt onder (i).
- (v) Leg uit waarom (iii) en (iv) niet met elkaar in tegenspraak zijn.

OPGAVE IV — Constructies op talen

Gegeven een taal $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ definiëren we:

$$\mathcal{L}^\diamond := \{xy \mid x \in \mathcal{L}, y \in \Sigma^* \text{ en } |x| = |y|\}.$$

Bewijs de volgende claim:

Als \mathcal{L} regulier is dan is \mathcal{L}^\diamond contextvrij.

OPGAVE V — 2-PDA'S

Een 2-PDA is een PDA met twee stacks. Voor een 2-PDA heeft de transitiefunctie dus de vorm

$$\delta: Q \times \Sigma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\varepsilon \times \Gamma_\varepsilon),$$

waarbij $(r, u, v) \in \delta(q, a, x, y)$ betekent:

“als in toestand q letter a gelezen wordt en x is de top van stack 1 en y de top van stack 2, dan mag je het volgende doen: pop x en push u op stack 1, pop y en push v op stack 2, en ga naar toestand r .”

Leg uit dat elke TM-herkenbare taal de taal van een of andere 2-PDA is. Een informeel argument volstaat.